

Algoritmos y Estructuras de Datos II

Primer parcial – Viernes 16 de Septiembre de 2016

Aclaraciones

- El parcial es a libro abierto.
- Cada ejercicio debe entregarse en hojas separadas.
- Incluir en cada hoja el número de orden asignado, número de hoja, apellido y nombre.
- Al entregar el parcial, completar el resto de las columnas en la planilla.
- Cada ejercicio se calificará con Promocionado, Aprobado, Regular, o Insuficiente.
- El parcial completo está aprobado si el primer ejercicio tiene al menos A, y entre los ejercicios 2 y 3 hay al menos una A. Para más detalles, ver "Información sobre la cursada" en el sitio Web.

Ej. 1. Especificación

En la red social "Roberto Carlos", cada usuario quiere tener un millón de amigos. Pueden registrarse nuevos usuarios a la red social en todo momento. Cuando lo deseen, dos usuarios pueden volverse amigos; la amistad es siempre recíproca, pero no es reflexiva. Las personas de esta red son muy serias al momento de declararse amigos: no hay arrepentimientos.

Con el objetivo de que una persona agrande su círculo de amistades, la red le sugiere a cada persona un usuario no amigo que posea la mayor cantidad de amigos en común con él.

También a la red social le interesa que los amigos se comuniquen. Por lo tanto, la red crea automáticamente para cada persona un grupo con sus amigos y con los amigos de éstos, para que esas personas compartan sus anécdotas. Si otro usuario se hace amigo de él, instantáneamente empieza a formar parte del grupo (y de los grupos de sus amigos).

Para que los usuarios tímidos utilicen más el sistema, la red social posee un conjunto de usuarios automatizados denominados "e-ameos" definidos de antemano. Cada vez que un usuario quiere hablar con alguien pero no quiere socializar, puede hacerse amigo de uno o más de los e-ameos de la red social. Sin embargo, la red social no agregará al grupo del usuario los amigos de los e-ameos y tampoco los ofrecerá como sugerencia de amistad a los usuarios ya que son públicamente conocidos.

Además, los diseñadores de la red notaron que, estadísticamente, cuando dos personas tienen 10 e-ameos en común, la probabilidad de que éstos se hagan amigos es del 99.9%. Por lo tanto, la red les simplifica la vida amigándolos automáticamente al darse esta situación.

Modelar con un TAD la red social Roberto Carlos. Además, con fines estadísticos, interesa saber:

- a) qué grupos existen y con qué integrantes;
- b) el usuario más "figureti", es decir, el usuario no e-ameo que está en más grupos de amigos distintos de la red (en caso de existir empate, devolver alguno de manera determinista);
- c) cuántos usuarios "Forever Alone" hay, es decir, usuarios que estén en grupo solamente con e-ameos.

Ej. 2. Inducción estructural

Dado el siguiente TAD con sus operaciones:

TAD ÁRBOL BIN-TERN(α)					
géneros		$abt(\alpha)$			
generadores					
nil	:		\rightarrow	$abt(\alpha)$	
bin	:	$abt(\alpha) \times abt(\alpha) \times \alpha$	\rightarrow	$abt(\alpha)$	
$tern$:	$abt(\alpha) \times abt(\alpha) \times abt(\alpha) \times \alpha$	\rightarrow	$abt(\alpha)$	
otras operaciones					
h	:	$abt(\alpha)$	\rightarrow	nat	
tam	:	$abt(\alpha)$	\rightarrow	nat	
$completo$:	$abt(\alpha)$	\rightarrow	$bool$	
Fin TAD					
axiomas					
h_0	$h(nil)$	$\equiv 0$	t_0	$tam(nil)$	$\equiv 0$
h_1	$h(bin(i, d, e))$	$\equiv 1 + \max(h(i), h(d))$	t_1	$tam(bin(i, d, e))$	$\equiv 1 + tam(i) + tam(d)$
h_2	$h(tern(a, b, c, e))$	$\equiv 1 + \max_3(h(a), h(b), h(c))$	t_2	$tam(tern(a, b, c, e))$	$\equiv 1 + tam(a) + tam(b) + tam(c)$
c	$completo(a)$	$\equiv nil?(a) \vee_L h(hijo_1(a)) = h(hijo_2(a)) \wedge completo(hijo_1(a)) \wedge$ $completo(hijo_2(a)) \wedge (tern?(a) \Rightarrow_L (h(hijo_2(a)) = h(hijo_3(a)) \wedge$ $completo(hijo_3(a))))$			
observadores básicos					
$nil?$:	$abt(\alpha)$	\rightarrow	$bool$	
$tern?$:	$abt(\alpha)$	\rightarrow	$bool$	
$raiz$:	$abt(\alpha) a$	\rightarrow	α	$\{\neg nil?(a)\}$
$hijo_1$:	$abt(\alpha) a$	\rightarrow	$abt(\alpha)$	$\{\neg nil?(a)\}$
$hijo_2$:	$abt(\alpha) a$	\rightarrow	$abt(\alpha)$	$\{\neg nil?(a)\}$
$hijo_3$:	$abt(\alpha) a$	\rightarrow	$abt(\alpha)$	$\{tern?(a)\}$

Demuestre por inducción estructural la siguiente propiedad:

$$(\forall a : \text{abt}(\alpha)) \text{ completo}(a) \Rightarrow \text{tam}(a) \geq 2^{h(a)} - 1$$

En caso de utilizar lemas auxiliares, plantearlos claramente y demostrarlos. Además, se pide:

- Escribir el predicado unario. Luego escribir, completo, el **esquema de inducción** a utilizar.
En el esquema, marcar **claramente** CB(s), PI(s), HI(s), TI(s) y el alcance de cada cuantificador.
- Plantear el/los caso(s) base y resolverlo(s), justificando cada paso de la demostración.
- Plantear el/los paso(s) inductivo(s) y resolverlo(s), justificando cada paso de la demostración.

Ej. 3. Diseño

Considerar la siguiente especificación de un sistema que realiza el seguimiento de experimentos en un laboratorio. Los experimentos se enumeran por números naturales desde el 1 en adelante. De cada experimento sólo se recuerdan los reactivos químicos utilizados y el orden en el que fueron usados (el "protocolo"). Un mismo reactivo puede ser usado múltiples veces en el mismo protocolo. Los reactivos se identifican por su número de inventario que es un NAT, y cada uno tiene asociado un índice de peligrosidad representado por un NAT. Por cuestiones de seguridad, la peligrosidad combinada de todos los reactivos usados en un protocolo no puede superar el valor 100.

```

TADs REACTIVO, PELIGROSIDAD y ID son NAT
TAD PROTOCOLO es SECUENCIA(TUPLA(REACTIVO,PELIGROSIDAD))

TAD EXPERIMENTOS

  observadores básicos
    cantExperimentos : experimentos      → nat
    verExperimento   : experimentos e × id i → protocolo      {1 ≤ i ≤ cantExperimentos(e)}

  generadores
    abrirLaboratorio :                    → experimentos
    registrarExperimento : experimentos e × protocolo p → experimentos
    { ¬ vacía?(p) ∧ ∑i=1long(p) Π2(p[i]) ≤ 100 ∧
      (∀ n : id) n ≤ cantExperimentos(e) ⇒L peligrosidadesConsistentes(verExperimento(e,n) & p) }

  axiomas
    cantExperimentos(abrirLaboratorio)      ≡ 0
    cantExperimentos(registrarExperimento(e, s)) ≡ 1+cantExperimentos(e)
    verExperimento(i, registrarExperimento(e, s)) ≡ if i=cantExperimentos(e) then s else verExperimento(i, e) fi

  predicados
    peligrosidadesConsistentes(p) ≡ (∀ i, j : nat) (1 ≤ i, j ≤ long(p) ⇒L (Π1(p[i]) = Π1(p[j]) ⇒L Π2(p[i]) = Π2(p[j])))

Fin TAD

```

Se decidió utilizar la siguiente estructura para representar el TAD, en la que se pretende abreviar partes de los protocolos repetidas para reducir el espacio utilizado para almacenarlas.

Experimentos se representa con estr

donde estr es tupla (*cantUsos*: dicc(reactivo,conj(id)),
 porPeligrosidad: dicc(peligrosidad,conj(reactivo)),
 protocolos: dicc(id, secu(nombre)),
 subProtocolos: dicc(nombre, secu(reactivo)))

y nombre es STRING

En esta estructura, *cantUsos* almacena los números de experimento en los que se usó cada reactivo; *porPeligrosidad* clasifica a los reactivos según su peligrosidad (sólo hay entradas para peligrosidades usadas, i.e., no hay definiciones que sean el conjunto vacío). Además, *protocolos* describe abreviadamente el protocolo usado en cada experimento como una secuencia de nombres de subprotocolos (concatenando esos subprotocolos se obtiene el protocolo completo), y *subProtocolos* almacena los pedazos de secuencias de reactivos correspondientes a cada subprotocolo *usado en algún protocolo existente*. De esta manera, el mismo subprotocolo se puede reutilizar para describir múltiples protocolos.

Se pide:

- Escribir en castellano el invariante de representación.
- Escribir formalmente el invariante de representación.
- Escribir formalmente la función de abstracción.

① TAD usuario ES NAT

1	2	3
P	P	P

 FRANCISCO S.
TAD RC

igualdad observacional

$$\left(\forall a, b: rc \right) \left(a =_{obs} b \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{Usuarios}(a) = \text{Usuarios}(b) \wedge \\ \text{Amigos}(a) = \text{Amigos}(b) \wedge \\ (\forall u: \text{usuario}) u \in (\text{Usuarios}(a) - \text{Amigos}(a)) \Rightarrow \\ \text{Amigos}(u, a) = \text{Amigos}(u, b) \end{array} \right)$$

exporta

usa conj

generos rc

Observadores básicos

- Usuarios: rc $\rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$
- Amigos: rc $\rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$
- Amigos: usuario $u \times rc \rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$
 $\{ u \in \text{Usuarios}(r) \} \{ u \in \text{Personas}(r) \}$

generadores

iniciar: conj(usuario) $\rightarrow rc$

regusuario: usuario $u \times rc \rightarrow rc$
 $\{ u \notin \text{Usuarios}(r) \}$

amigar: usuario $u_1 \times \text{usuario } u_2 \times rc \rightarrow rc$
 $\{ u_1 \neq u_2 \wedge \{ u_1, u_2 \} \subseteq \text{Usuarios}(r) \wedge (u_1 \in \text{Personas}(r) \wedge u_2 \in \text{Personas}(r)) \}$

Otras operaciones

$$\text{Grupo} : \text{usuario } u \times \text{rc } r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario}) \\ \{ u \in \text{Personas}(r) \}$$

$$\text{Grupo Aux} : \text{conj}(\text{usuario})^c_1 \times \text{conj}(\text{usuario})^c_2 \times \text{rc } r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario}) \\ \{ C_2 \subseteq \text{Usuarios}(r) \}$$

$$\text{Personas} : \text{rc } r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$$

$$\text{Amigos Aux} : \text{conj}(\text{usuario})^c_1 \times \text{conj}(\text{usuario})^c_2 \times \text{rc } r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario}) \\ \{ C_1 \subseteq \text{Usuarios}(r) \wedge C_2 \subseteq \text{Personas}(r) \}$$

$$\text{Sugerencia} : \text{usuario } u \times \text{rc } r \rightarrow \text{usuario}$$

$$\{ u \in \text{Personas}(r) \wedge (\exists u' : \text{usuario}) (u' \in \text{Personas}(r) \wedge \text{Amigos}(u, r)) \}$$

$$\text{Sug Aux} : \text{conj}(\text{usuario}) \text{US}_1 \times \text{nat} \times \text{conj}(\text{usuario}) \text{US}_2 \times \text{conj}(\text{usuario}) \text{US}_3 \times \text{rc } r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario})$$

$$\{ \text{US}_1 \subseteq \text{Usuarios}(r) \wedge \text{US}_2 \cup \text{US}_3 \subseteq \text{Personas}(r) \}$$

$$\text{Figurati} : \text{rc } r \rightarrow \text{usuario} \text{ (alta restricción)}$$

$$\text{Fig Aux} : \text{conj}(\text{usuario})^c_1 \times \text{nat} \times \text{conj}(\text{usuario})^c_2 \times \text{rc } r \rightarrow \text{conj}(\text{usuario}) \\ \{ C_1 \subseteq \text{Personas}(r) \wedge C_2 \subseteq \text{Personas}(r) \}$$

$$\text{For Alo} : \text{conj}(\text{usuario})^c_1 \times \text{rc } r \rightarrow \text{nat} \\ \{ C_1 \subseteq \text{Personas}(r) \}$$

Axiomas

$$Usuarios(iniciar(c)) \equiv c$$

$$U_{\text{usuarios}}(\text{reg}_{\text{usuario}}(u, r)) \equiv A_3(u, U_{\text{usuarios}}(r))$$

$$U_{\text{sub}}(h) = U_{\text{sub}}(h)$$

$$A_{meos}(in_{crot}(c)) \equiv c$$

$$A_{\text{neg}}(\text{regusario}(u, r)) \equiv A_{\text{neg}}(r)$$

$$A_{\text{meos}}(\text{eniger}(v_1, v_2, t_c)) \equiv A_{\text{meos}}(rc)$$

~~Age (years) = 6~~

$$\text{Amigos}(u, \text{iniciador}(c)) \equiv \phi$$

$A_{\text{migos}}(u, \text{regusuario}(u, r_c)) \equiv \text{if } u = u' \text{ then } \phi \text{ else } A_{\text{migos}}(u, r_c) \text{ fi}$

$$A_{\text{sig}}(u, \text{sig}_{\text{sig}}(u, v_1, v_2, r_c)) \equiv$$

if $\{u_1, u_2\} \subseteq \text{Persons}_g(r)$ then ~~$\text{Dance}(u_1, u_2)$~~

if $v \in \{v_1, v_2\}$ then ~~$A_{\text{negos}}(v, t_c)$~~ , $A_{\text{negos}}(v, t_c) \cup (\{v_1, v_2\} - v)$
 else $A_{\text{negos}}(v, t_c)$ fi

else if $v \in \{v_1, v_2\}$ Then

$$\text{AmigosAux}(\{u_1, u_2\} - y, \text{Amigos}(u, rc)), \text{Personas}(rc), rc) \\ \cup \text{Amigos}(u, rc)$$

else

~~then $4 \leq (S_{\text{sub}}(A) - 1) \leq 10$~~

if $v_i \in A_{meos}(rc)$ then

if $\#(A_{\text{negos}}(v, t_c) \cap A_g(v_1, A_{\text{negos}}(v_2, t_c)) \cap A_{\text{negos}}(v_2)) \geq 10$
 then $A_g(v_2, A_{\text{negos}}(v, t_c))$
 else $A_{\text{negos}}(v, t_c)$ fi

else if $\#(Amigos(u, tc) \cap Ag(u_2, Amigos(u_1, tc)) \cap Amigos(tc)) \geq 10$ then
 $Ag(u, Amigos(u, tc))$
 else $Amigos(u, tc)$ fi fi fi fi

$AmigosAux(am, ~~person~~, tc) \equiv$

if $\emptyset?(p)$ then \emptyset else

if $\#(am \cap Amigos(DaneUno(p), tc) \cap Amigos(tc)) \geq 10$

then $\{DaneUno(p)\}$ else \emptyset fi $\cup AmigosAux(am, DaneUno(p), tc)$ fi

$Personas(tc) \equiv Usuarios(tc) - Amigos(tc)$

$Grupo(u, tc) \equiv GrupoAux(Amigos(u, tc), tc)$

$GrupoAux(am, tc) \equiv$ if $\emptyset?(am)$ then \emptyset else

if $DaneUno(am) \in Amigos(tc)$ then \emptyset

else $Amigos(DaneUno(am), tc)$ fi \cup

$Ag(DaneUno(am), GrupoAux(SinUno(am), tc))$ fi

$Sugerencia(u, tc) \equiv DaneUno(SugAux(Amigos(u, tc), 0, \emptyset, Personas(tc), tc))$

$SugAux(am, cnt, res, p, tc) \equiv$ if $\emptyset?(p)$ then res else

if $\#(am \cap Amigos(DaneUno(p), tc)) > cnt$ then

esto es un algoritmo,

$SugAux(am, \#(am \cap Amigos(DaneUno(p), tc)),$

no uno qpc.

$\{DaneUno(p)\}, SinUno(p), tc)$

else if $\#(am \cap Amigos(DaneUno(p), tc)) = cnt$ then

$SugAux(am, cnt, \{DaneUno(p)\} \cup res, SinUno(p), tc)$

else $SugAux(am, cnt, res, SinUno(p), tc)$ fi fi fi

serán innecesarios

en condiciones para ver.

↳ Hay que buscar una mejor forma de escribir un algoritmo.

→ cuando $Personas(tc) = \emptyset$, Orden 12
Falta restricción

$Figurati(tc) \equiv DameUno(FigAux(\emptyset, 0, Personas(tc), tc))$

$FigAux(res, cnt, p, tc) \equiv$ if $\emptyset?(p)$ then res else
if $\#(\overset{Grupo}{\cancel{Ameos}}(DameUno(p), tc)) > cnt$ then
 $FigAux(\{DameUno(p)\}, \#(\overset{Grupo}{\cancel{Ameos}}(DameUno(p), tc)),$
 $\overset{SinUno}{\cancel{SinUno}}(p), tc)$
else if $\#(\overset{Grupo}{\cancel{Ameos}}(DameUno(p), tc)) = cnt$ then
 $FigAux(res \cup \{DameUno(p)\}, cnt, \overset{SinUno}{\cancel{SinUno}}(p), tc)$
else $FigAux(res, cnt, \overset{SinUno}{\cancel{SinUno}}(p), tc)$ fi fi fi

$ForAlo(ps, tc) \equiv$ if $\emptyset?(ps)$ then 0 else

if $Grupo(DameUno(ps), tc) \in Ameos(tc)$ then 1

else 0 fi + $ForAlo(\overset{SinUno}{\cancel{SinUno}}(ps), tc)$ fi

Aclaraciones

- Notar que no consideramos a los Amigos Personales, no nos interesan sus amigos ni su grupo
- Además, cada persona pertenece a tantos grupos como ~~Amigos~~ ~~Amigos~~ miembros no Amigos de su grupo tenga

② a. $P(a) = \text{completo}(a) \Rightarrow \text{tan}(a) \geq 2^{h(a)} - 1$

$$\begin{array}{c} \text{CB} \quad \text{PI} \quad \text{TI} \\ \hline \boxed{P(\text{nil}) \wedge (\forall z, b: \text{abt}(z)) P(z) \wedge P(b) \Rightarrow (\forall x: a) P(\text{bin}(a, b, x))} \\ \hline \wedge (\forall z, b, c: \text{abt}(x)) P(z) \wedge P(b) \wedge P(c) \Rightarrow (\forall x: a) P(\text{tern}(z, b, c, x)) \\ \hline \text{HI} \quad \text{TI} \\ \hline \text{PI} \end{array}$$

b. Quiero Probar $P(\text{nil}) \Leftrightarrow \text{completo}(\text{nil}) \Rightarrow \text{tan}(\text{nil}) \geq 2^{h(\text{nil})} - 1$

REEMPLAZO POR (t_0, h_0)

$$\frac{\cancel{\text{nil}} \wedge \cancel{\text{completo}(\text{nil})}}{\text{completo}(\text{nil})} \Rightarrow \underbrace{0 \geq 2^0 - 1 = 1 - 1 = 0}_{\text{true}}$$

LUEGO, POR SER true el consecuente de la implicación, y por no indefinirse completo, ~~ya~~ vale $P(\text{nil})$

c. $(\forall z, b: \text{abt}(z)) P(z) \wedge P(b) \Rightarrow (\forall x: a) P(\text{bin}(z, b, x))$

NO ASUMO NADA SOBRE z y b , Y ES C.O. EL \forall

$$P(z) \wedge P(b) \Rightarrow (\forall x: a) P(\text{bin}(z, b, x))$$

Si $\neg(P(z) \wedge P(b))$ LA DE MOSTRAR ES TRIVIAL, LAS ASUMO VERDADERAS y continuo

$$(\forall x: a) P(\text{bin}(z, b, x)) \quad \text{QUITO EL } \forall \text{ SIN ASUMIR NADA SOBRE } x$$

$P(\text{bin}(z, b, x))$ QUE SE TRADUCE EN

$$\text{completo}(\text{bin}(z, b, x)) \Rightarrow \text{tan}(\text{bin}(z, b, x)) \geq 2^{h(\text{bin}(z, b, x))} - 1$$

Por el axioma c)

$$\text{nil}?(bin(a,b,x)) \vee h(\text{hijo}_1(bin(a,b,x))) = h(\text{hijo}_2(bin(a,b,x))) \Rightarrow \tan(bin(a,b,x)) \geq 2^{h(bin(a,b,x))} - 1$$
$$\wedge \text{completo}(\text{hijo}_1(bin(a,b,x))) \wedge \text{completo}(\text{hijo}_2(bin(a,b,x)))$$
$$\wedge (\text{tern}?(bin(a,b,x)) \Rightarrow \dots)$$

NOTAR QUE $\text{nil}?(bin(a,b,x)) \equiv \text{falso}$

y $\text{tern}?(bin(a,b,x)) \equiv \text{falso}$, Entonces, por sea $\forall x$ y un \Rightarrow

SOLO INTERESA ESTO, TAMBIEN REEMPLAZO ~~por~~ $\text{hijo}_1()$ y $\text{hijo}_2()$

$$h(a) = h(b) \wedge \text{completo}(a) \wedge \text{completo}(b) \Rightarrow \tan(bin(a,b,x)) \geq 2^{h(bin(a,b,x))} - 1$$

ASUMAMOS QUE $h(a) = h(b) \wedge \text{completo}(a) \wedge \text{completo}(b)$, SINO LA DEMO ES TRIVIAL

y ADEMÁS REEMPLAZO t_1 y t_2

Además, lo lo dijere al suponer $P(a), P(b)$.

$$1 + \tan(a) + \tan(b) \geq 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b))} - 1$$

Pero, como vale $P(a)$ y $P(b)$, y a y b son completos y $h(a) = h(b)$. Por HI

$$1 + \tan(a) + \tan(b) \geq 1 + 2^{h(a)} - 1 + 2^{h(b)} - 1 = 2 \cdot 2^{h(a)} - 1 = 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b))} - 1 \quad (\text{hay que minimizar})$$

LUEGO, DEMOSTRAMOS ESTE PASO INDUCTIVO

Ahora queda el otro

$$(\forall z, b, c : z \leq t(a)) P(z) \wedge P(b) \wedge P(c) \Rightarrow (\forall x : x) P(\text{tern}(a,b,c,x))$$

igual que antes, asumimos ~~que~~ nada sobre z, b y c (PARA sacar \forall), supongamos que $P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)$ vale (si no es TRIVIAL) y no asumimos nada sobre x , Entonces QUEREMOS

$$P(\text{tern}(a,b,c,x)) \Leftrightarrow \text{completo}(\text{tern}(a,b,c,x)) \Rightarrow \tan(\text{tern}(a,b,c,x)) \geq 2^{h(\text{tern}(a,b,c,x))} - 1$$

APLICAMOS c), ~~como~~ $\text{nil}?(tern(a,b,c,x)) \equiv \text{falso}$ y lo sigue un \forall

~~que~~ y, APLICANDO hijo_1 y hijo_2 , queda

$$h(a) = h(b) \wedge \text{completo}(a) \wedge \text{completo}(b) \wedge$$
$$(\text{tern}?(tern(a,b,c,x)) \Rightarrow h(b) = h(\text{hijo}_2(\text{tern}(a,b,c,x))) \Rightarrow \tan(\text{tern}(a,b,c,x)) \geq 2^{h(\text{tern}(a,b,c,x))} - 1$$
$$\wedge \text{completo}(\text{hijo}_1(\text{tern}(a,b,c,x)))$$

Como tern? $(tern(a, b, c, x)) \equiv true$ podemos demostrar nos $rec \Rightarrow L$
 y aplicar hijo,

$$h(a) = h(b) \wedge completa(a) \wedge completa(b) \wedge h(b) = h(c) \wedge completa(c) \Rightarrow t_a(tern(a, b, c, x)) \geq 2^{h(tern(a, b, c, x))} - 1$$

ASUMAMOS QUE VALE EL ANTECEDENTE, Y APLICAMOS t_2 y h_L

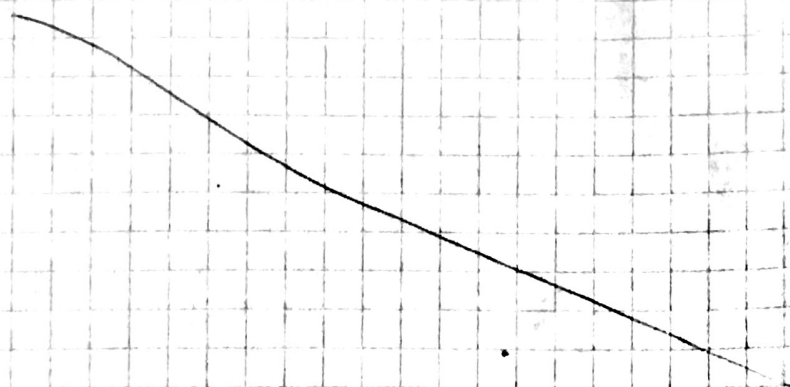
$$1 + t_a(a) + t_a(b) + t_a(c) \geq 2^{1 + \max(h(a), h(b), h(c))} - 1 = 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b), h(c))} - 1$$

COMO VALE $P(a) \wedge P(b) \wedge P(c)$ y ~~es~~ el antecedente anterior se tiene que

$$\begin{aligned} 1 + t_a(a) + t_a(b) + t_a(c) &\geq 1 + 2^{h(a)} - 1 + 2^{h(b)} - 1 + 2^{h(c)} - 1 = 3 \cdot 2^{h(b)} - 2 \\ &= 2 \cdot 2^{h(a)} + 2^{h(b)} - 2 \geq 2 \cdot 2^{h(a)} + 2^0 - 2 = 2 \cdot 2^{h(a)} - 1 = 2 \cdot 2^{\max(h(a), h(b), h(c))} - 1 \end{aligned}$$

\hookrightarrow poner
 $h(a)$ un nat
 y 2^n creciente

Y ENTONCES QUEDA DEMOSTRADO EL SEGUNDO PASO INDUCTIVO
 y, POR LO TANTO, QUE LO ~~es~~ $(\forall a: 2b \leq a) P(a)$



③ 2) y b)

① LAS CLAVES DE e.cant Usos son iguales A LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE por Peligrosidad

$$\text{claves}(e.\text{cant Usos}) = \text{Union Cjtas}(e.\text{por Peligrosidad}, \text{claves}(e.\text{por Peligrosidad}))$$

② CADA REACTIVO TIENE UNA SOLA PELIGROSIDAD

$$(\forall p:\text{Peligrosidad}) \text{def.}?(p, e.\text{por Peligrosidad}) \wedge \text{def.}?(p', e.\text{por Peligrosidad})$$

$$\Rightarrow (\text{obtener}(p, e.\text{por Peligrosidad}) \cap \text{obtener}(p', e.\text{por Peligrosidad})) = \emptyset$$

③ NO HAY SIGNIFICADOS VACIOS en e.por Peligrosidad

$$(\forall p:\text{Peligrosidad}) \text{def.}?(p, e.\text{por Peligrosidad}) \Rightarrow \text{obtener}(p, e.\text{por Peligrosidad}) \neq \emptyset$$

④ NO HAY SUBPROTOCOLOS VACIOS

$$(\forall n:\text{nombre}) \text{def.}?(n, e.\text{sub Protocolos}) \Rightarrow \text{obtener}(n, e.\text{sub Protocolos}) \neq \langle \rangle$$

⑤ LAS CLAVES DE e.protocolos son iguales A LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE e.cant Usos

$$\text{claves}(e.\text{protocolos}) = \text{Union Cjtas}(e.\text{cant Usos}, \text{claves}(e.\text{cant Usos}))$$

⑥ LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE e.protocolos ^{ES IGUAL A} ~~los~~ las CLAVES DE e.sub Protocolos

$$\text{claves}(e.\text{sub Protocolos}) = \text{Union Secu}(e.\text{protocolos}, \text{claves}(e.\text{protocolos}))$$

⑦ LA UNION DE LOS SIGNIFICADOS DE e.sub Protocolos ES IGUAL A LAS CLAVES DE e.cant Usos

$$\text{claves}(e.\text{cant Usos}) = \text{Union Secu}(e.\text{sub Protocolos}, \text{claves}(e.\text{sub Protocolos}))$$

⑧ ~~e.cant Usos, e.protocolos y e.sub Protocolos tienen sentido entre si~~

$$(\forall r:\text{reactivo}) \text{def.}?(r, e.\text{cant Usos}) \Rightarrow (\forall d) \text{reobtener}(r, e.\text{cant Usos})$$

Ⓐ e.cantUsos tiene sentido con e.protocolos y e.subProtocolos

$(\forall r: \text{reactiva}) \text{def?}(r, e.\text{cantUsos}) \Rightarrow_L (\forall i: \text{id}) i \in \text{obtener}(r, e.\text{cantUsos}) \Rightarrow_L$

$(\exists n: \text{nombre}) \text{esta?}(n, \text{obtener}(i, e.\text{protocolos})) \wedge \text{esta?}(r, \text{obtener}(n, e.\text{subProtocolos}))$

~~$(\forall i: \text{id}) \text{def?}(i, e.\text{protocolos}) \Rightarrow_L (\exists n: \text{nombre}) \text{esta?}(n, \text{obtener}(i, e.\text{protocolos})) \wedge (\forall r: \text{reactiva}) \text{esta?}(r, \text{obtener}(n, e.\text{subProtocolos}))$~~

Ⓘ LA SUMA DE PELIGROSIDADES DE CUALQUIER SUBPROTOCOLO SUPERA 100
 $(\forall n: \text{nombre}) \text{def?}(n, e.\text{subProtocolos}) \Rightarrow_L \text{sumaPel}(e.\text{por Peligrosidad}, \text{obtener}(n, e.\text{subProtocolos})) \leq 100$
 DESCRIBO EN LA ULTIMA HOJA *

Ⓣ e.protocolos y e.subProtocolos tiene sentido con e.cantUsos

$(\forall i: \text{id}) \text{def?}(i, e.\text{protocolos}) \Rightarrow_L (\forall n: \text{nombre}) \text{esta?}(n, \text{obtener}(i, e.\text{protocolos})) \Rightarrow_L$

$(\forall r: \text{reactiva}) \text{esta?}(r, \text{obtener}(n, e.\text{subProtocolos})) \Rightarrow i \in \text{obtener}(r, e.\text{cantUsos})$

~~Ⓚ NO HAY SUBPROTOCOLOS VACIOS EN e.protocolos
 $(\forall i: \text{id}) \text{def?}(i, e.\text{protocolos}) \Rightarrow \text{obtener}(i, e.\text{protocolos}) \neq \{\}$~~

Ⓛ Los id se numeran A PARTIR DEL 1

$(\forall i: \text{id}) (i \in \text{claves}(e.\text{protocolos}) \Rightarrow i \geq 1) \wedge \max(\text{claves}(e.\text{protocolos})) = \#(\text{claves}(e.\text{protocolos}))$

REP: este \rightarrow boolean

$\text{REP}(e) = \text{I} \wedge \text{II} \wedge \text{III} \wedge \text{IV} \wedge \text{V} \wedge \text{VI} \wedge \text{VII} \wedge \text{VIII} \wedge \text{IX} \wedge \text{X} \wedge \text{XI}$

Además, DEFINO LAS SIGUIENTES OPERACIONES AUXILIARES

Union Cjtos: $\text{dice}(\alpha, \text{conj}(\beta)) \uparrow \times \text{conj}(\alpha)^c \rightarrow \text{conj}(\beta)$
 $\{c \in \text{claves}(d)\}$

Union Secu: $\text{dice}(\alpha, \text{secu}(\beta)) \uparrow \times \text{conj}(\alpha)^c \rightarrow \text{conj}(\beta)$
 $\{c \in \text{claves}(d)\}$

Conjuntizar: $\text{secu}(\alpha) \rightarrow \text{conj}(\alpha)$

Peligrosidad: $\text{dice}(\text{peligrosidad}, \text{cito}(\alpha)) \uparrow \times \alpha \uparrow \times \text{conj}(\text{peligrosidad})^c \rightarrow \text{peligrosidad}$
 $\{(\exists! p: \text{peligrosidad}) (d \text{ de } P, d) \wedge \exists e \in \text{obtener}(P, d) \wedge c \in \text{claves}(d)\}$

SumaPoli: dice (Peligrosidad, $\text{c}[\text{to}(d)]^d \times \text{sec}(u)^s \rightarrow$ ~~poligrosidad~~ poligrosidad
 $\{ \text{UnionC}(\text{to}(d), \text{claves}(d)) \geq \text{Conjuntizar}(s) \}$

$\text{UnionC}(\text{to}(d), c) \equiv$ if $\emptyset?(c)$ then \emptyset else
 $\text{obtener}(\text{dameUna}(c), d) \cup \text{UnionC}(\text{to}(d), \text{sinUna}(c))$ fi

$\text{UnionSecu}(d, c) \equiv$ if $\emptyset?(c)$ then \emptyset else
 $\text{conjuntizar}(\text{obtener}(\text{dameUna}(c), d)) \cup$
 $\text{UnionSecu}(d, \text{sinUna}(c))$ fi

$\text{Conjuntizar}(s) \equiv$ if $s = \langle \rangle$ then \emptyset else
 $\text{Ag}(\text{prim}(s), \text{Conjuntizar}(\text{fin}(s)))$ fi

$\text{Peligrosidad}(d, a, c) \equiv$ ~~if $a \in \text{obtener}(\text{dameUna}(c), d)$ then~~ if $a \in \text{obtener}(\text{dameUna}(c), d)$ then
 $\text{dameUna}(c)$ else
 $\text{Peligrosidad}(d, a, \text{sinUna}(c))$ fi

$\text{SumaPoli}(d, s) \equiv$ if $s = \langle \rangle$ then 0 else
 $\text{Peligrosidad}(d, \text{prim}(s), \text{claves}(d)) + \text{SumaPoli}(d, \text{fin}(s))$
 fi

C. Abs: $\text{estr } e \rightarrow \text{Experimentos} \quad \{ \text{RED}(e) \}$

$\text{Abs}(e) \equiv$ ex: Experimento | $\text{cant Experimentos}(ex) = \#(\text{claves}(e.\text{protocolos})) \wedge$
 $(\forall i, d) i \in \text{claves}(e.\text{protocolos}) \Rightarrow \text{ver Experimento}(ex, i) =$
 $\text{CONCATENAR}(\text{obtener}(i, e.\text{protocolos}))$

~~poligrosidad~~

perdón, no me gave entero otros.

concatenar: $\text{secu}(\text{nombre}) \xrightarrow{\text{x este}} \text{secu}(\text{tupla}(\text{reactivo}, \text{peligrosidad}))$
 protocolizar: ~~nombre~~ ~~esta~~ ~~x~~ ~~esta~~ $\rightarrow \text{secu}(\text{tupla}(\text{reactivo}, \text{peligrosidad}))$

concatenar(s, e) \equiv if $s = \langle \rangle$ then $\langle \rangle$ else
 protocolizar(prin(s), e) = concatenar(fin(s), e) fi
 \hookrightarrow no me importa la def. No importa.

(*) (IX) La suma de PELIGROSIDADES de NINGUN PROTOCOLO
 SUPERA 100

($\forall i, id$) $\text{def?}(i, e, \text{protocolos}) \Rightarrow \text{SumPol:Nom}(\text{obtener}(i, e, \text{protocolos}), e) \leq 100$

$\text{SumPol:Nom}: \text{secu}(d)^{\text{x este}} \rightarrow \text{peligrosidad}$
 $\{s \in \text{claves}(e, \text{subprotocolos})\}$

$\text{SumPol:Nom}(s, e) \equiv$ if $s = \langle \rangle$ then 0 else
 $\text{SumPol:Nom}(e, \text{porPol:grasidad}, \text{obtener}(\text{prin}(s), e, \text{subProtocolos})) +$
 $\text{SumPol:Nom}(\text{fin}(s), e)$ Fi